

Ein Rucksack, eine Balkenwaage, Lebensmittel und eine Handvoll Murmeln – damit können die Kinder elementare mathematische Erfahrungen machen. Gestufte Lernanregungen und didaktische Impulse mit Gewichten, Zahlen und Messungen.

Esther Brunner

Rucksackpacken – ein Fall für Masse und Gewichte

Die Vorfreude auf die Schulreise ist gross, und die Wünsche für den Proviant stehen auch schon fest: Was wird wohl alles im Rucksack Platz haben? Kann ich noch einen Orangensaft mitnehmen oder wird der Rucksack dann zu schwer? Oder hat alles Platz, wenn ich kleine Packungen auswähle?

Gewicht ist ein wesentliches Alltagsthema, für welches entsprechende Vorstellungen und Erfahrungen aufzubauen und zu sammeln sind. Wenn man in Kindergarten und Unterstufe einen Grössenbereich wie das Gewicht bearbeiten möchte, gilt es einige didaktische Grundsätze zu berücksichtigen und gestuft vorzugehen. Im Folgenden werden die vier Aufbauphasen näher vorgestellt: Erfahrungen und Erkundungen in einer Sach- und Spielsituation, Vergleich mit einem (individuellen) Repräsentanten, indirekte Vergleiche mit Hilfe willkürlicher Masseneinheiten und indirekte Vergleiche mit Hilfe standardisierter Masseneinheiten.

In Spielsituationen Erfahrungen sammeln

Egal, ob es sich um das Thema Längen oder Gewichte handelt, an erster Stelle müssen Kinder Erfahrungen und Erkundungen in einer Sach- und Spielsituation machen können. Es werden z.B. verschiedene Taschen gepackt,



Welche Tasche ist leichter, welche schwerer, wie wird aus der leichten Tasche die schwerere? Solche Fragen untersuchen und lösen Kinder konzentriert und mit grossem Vergnügen.

miteinander bezüglich ihres Gewichtes verglichen, indem ausprobiert wird, welches nun die schwerste oder die leichteste Tasche geworden ist. Bei diesen Erfahrungen und Erkundungen geht es darum, Gewicht zu erleben und damit zu handeln: Den eigenen Rucksack packen, dass man ihn noch tragen kann, ausprobieren, ob man auch den Rucksack der Kollegin tragen kann oder ob dieser schon zu schwer ist. Die Nagelprobe besteht, wer mit dem vollgepackten Rucksack sogar noch einige Treppenstufen steigen kann!

Ein direkter Vergleich steht an erster Stelle der Bearbeitung. Es wird verglichen, ob ein Apfel schwerer ist als eine Aprikose oder ob man zwei Aprikosen einpacken könnte statt eines Apfels und der Rucksack trotzdem gleich schwer bleiben würde. Ist die Pet-Flasche für die Schulreise besser geeignet als die schöne metallene Flasche? Und wenn ja: Warum?

Aber auch vergleichen, ob die eingepackte Wurst schwerer ist als das Brot, was gleich schwer ist wie der Regenschutz oder was alles leichter als das Taschenmesser ist, gehört zu diesem lustvollen Experimentieren. Kinder lernen zu argumentieren, anderen ihre (mathematischen) Überlegungen mitzuteilen und diese mit Gedanken anderer zu vergleichen. Warum ist Susis Rucksack leichter als der von Sandro? Was hat sie eingepackt? Was ist – verglichen mit demjenigen von Sandro – leichter? Wie könnte man die beiden Rucksäcke gleich schwer machen? Kann man einfach sagen, dass grosse Gegenstände schwerer als kleine sind? Ist eine Banane leichter als ein Päckchen Popcorn? In dieser ersten Phase wird experimentiert, was alles in einem Gepäckstück Platz findet, wie schwer dieses durch das Einpacken wird und ob man es nun ein paar Schritte weit tragen kann oder ob es bereits zu schwer geworden ist. Dazu dienen verschiedene Impulse und Anregungen seitens der Lehrperson, aber auch das Vorhandensein von vielfältigem Material, welches bezüglich seines Gewichtes miteinander verglichen werden kann.

Direkte Vergleiche mit einem Repräsentanten

An zweiter Stelle der Bearbeitung steht der Vergleich mit einem Repräsentanten. Um tragfähige Vorstellungen aufbauen zu können, sind solche individuellen Repräsentanten enorm wichtig. Als Schokoladenliebhaberin weiss

man beispielsweise ganz genau, wie schwer sich eine Tafel Schokolade anfühlt. Zu einem späteren Zeitpunkt kann man damit leicht die Einheit hundert Gramm verbinden und hat so eine Vorstellung von dieser Einheit über einen persönlichen Repräsentanten – die Tafel Schokolade – erworben.

Kehren wir zurück zum Rucksackpacken für die Schulreise. Vergleich mit einem Repräsentanten bedeutet etwas auszuwählen, was man danach – individuell unterschiedlich – als Bezug zum Vergleich verwendet: Was ist schwerer als der Schokoriegel, auf den ich mich freue? Was ist gleich schwer, was leichter? Wie viele getrocknete Aprikosen sind gleich schwer wie der Riegel?

Der Vergleich mit einem persönlichen Repräsentanten stellt eine erste Bezugsnormorientierung dar: Das Kind wählt eine Vergleichsgrösse aus und setzt in der Folge alle weiteren dazu in Beziehung. Dies ist eine wichtige Erfahrung und Voraussetzung, um später Gewichte zu einer normierten Einheit in Beziehung setzen zu können, zu verstehen, dass ein Kilogramm bedeutet, dass man etwas in Bezug zu einer vereinbarten Einheit gesetzt hat.

Das Vergleichen mit einem Repräsentanten ist immer ein direkter Vergleich: Ist der Koffer schwerer als meine Schultasche? Oder ist der Rucksack leichter als meine Schultasche? Welche Gepäckstücke sind leichter als meine Znünit tasche? Und welche sind schwerer? Wie schwer ist die Sporttasche, verglichen mit meiner Znünit tasche? Ist die Sporttasche sogar so schwer wie zwei Znünit taschen zusammen?

Der direkte Vergleich wird von den Kindern entweder zeitlich nacheinander – zuerst die Schultasche anheben und abschätzen, dann den Rucksack – oder gleichzeitig, aber je in einer Hand ein Objekt, vorgenommen. Das gleichzeitige Vergleichen ist für Kinder, bei welchen eine klare Händigkeit vorliegt, oft nicht ganz einfach. Die dominante Hand nimmt meist auch Gewicht präziser wahr als die nicht dominante. Von diesem direkten Vergleich soll im Verlauf des Lernprozesses eine weitere Abstrahierung vorgenommen werden.

Indirekte Vergleiche mit willkürlichen Einheiten

Nun folgt der indirekte Vergleich mit Hilfe willkürlicher Masseinheiten. Bei diesem Vergleich werden die beiden Gegenstände nicht mehr unmittelbar miteinander verglichen, sondern indirekt, z.B. durch eine Anzahl Murmeln. Ein Kind legt in die eine Schale einer Balkenwaage einen Apfel und belädt die andere Schale so lange mit Murmeln, bis das Gleichgewicht hergestellt ist und der Balken der Waage waagrecht steht. Die Anzahl Murmeln wird nun notiert (als Strichliste, als Würfelbilder oder als Zahlen). Nun wird die Aprikose in die eine Schale der Waage gelegt und ebenfalls mit Murmeln gewogen. Auch hier wird notiert, wie viele Murmeln gleich schwer sind wie die Aprikose. Der nun folgende Vergleich – ist die Aprikose oder der Apfel schwerer – erfolgt aufgrund der



Fotos: Cornelia Hausherr

Ob Zeichnungen, Zahlen, Listen, Texte – es gibt vielfältige Formen, um Forschungsergebnisse schriftlich festzuhalten.

bestimmten Anzahl Murmeln und ist damit indirekt. Die willkürliche Masseinheit Murmeln kann beliebig ausgetauscht werden kann, man muss sie aber beim Erzählen eines Ergebnisses angeben: «Meine Aprikose ist acht Murmeln schwer.» Nun können alle möglichen Gegenstände mit Murmeln gewogen und die Resultate in einer Tabelle festgehalten werden.

Indirekte Vergleiche mit Norm-Einheiten

Als vierte didaktische Stufe der Bearbeitung von Grössen folgt der indirekte Vergleich mit Hilfe standardisierter Masseinheiten oder das Messen mit technischen Hilfsmitteln. Die Aprikose wird nicht mehr mit Murmeln gewogen, sondern mit normierten Gewichtsteinen, welche aber keine grundsätzlich andere Funktion als die Murmeln haben, sondern lediglich die Kommunikation erleichtern: «Meine Aprikose ist so schwer wie dieser Gewichtstein, also zehn Gramm.» Die Einheit steht für eine Vereinbarung und Normierung, die das Sprechen darüber vereinfacht.

Mathematische Vorstellungen aufbauen

Diese vier didaktischen Bearbeitungsstufen sind beim Bearbeiten im Kindergarten und in der Unterstufe sehr wichtig. Das Abstrahieren von Grössenbegriffen und das Verfeinern bzw. Vergröbern von Masseinheiten erfolgt erst später, wenn Kinder einen Bezug zum Dezimalsystem herstellen können, wenn sie Einheiten als 10er-, 100er- oder 1000er-Bündel verstehen können. Dafür aber ist ein Stellenwertsystem notwendig (vgl. Wittmann, 2009). Eine Balkenwaage ist für diese Altersstufe ein sinnvolles Messinstrument. Sie kann mit einem Kleiderbügel und zwei gleichen Kartonschalen für das Wägen von leichten Gegenständen einfach selbst hergestellt werden (vgl. Keller et al., 2007; 2008). Die Balkenwaage ermöglicht sowohl den direkten wie den indirekten Vergleich, während eine Personenwaage nur den indirekten Vergleich mit standardisierten Einheiten ermöglicht und deshalb zu Beginn des Lern- und Experimentierprozesses weniger gut



Mit Gewichtssteinen wird geschätzt und gewogen, was das Forscherherz begehrt.

geeignet ist. Vorstellungen aufbauen und ein Alltagsbezug in den unmittelbaren mathematischen Handlungen sind für einen guten, soliden Aufbau von Grössen – wie dem Gewicht – zwingend. Dabei erfolgt über die didaktische Stufung auch die Einsicht, dass die normierte Einheit nichts anderes als eine Vereinbarung darstellt. Dass diese Konventionen zudem von Zeit und Kultur abhängt, ist eine Tatsache, die den Zugang zum Thema Gewicht auch später immer wieder interessant macht: Etwa dann, wenn man erfährt, dass vor 180 Jahren z.B. im Kanton Thurgau in «römischen Pfund» (327 g) gewogen wurde. Auch die überlieferte und umgangssprachliche Formulierung vom «Pfänderli» als einem Brot von einem Pfund Gewicht, macht deutlich, dass nicht alle Bezeichnungen überdauern. Zudem sind solche Normierungen nicht immer zwingend logisch aufgebaut, was beispielsweise ein kurzer Seitenblick ins Geld zeigt: Wo ist denn beispielsweise der 30- oder 40er-Räppler?

Arithmetische und geometrische Aspekte

Das Thema Rucksackpacken kann auch für arithmetische und geometrische Aspekte eingesetzt werden. Im Bereich der Arithmetik bedeutet das, dass gezählt wird, wie viele gleiche Gegenstände im Rucksack Platz finden. Dazu kann eine systematische Untersuchung im Sinne einer eigenen Erkundung durch jedes Kind angeregt werden: Der Rucksack wird mit gleichen Gegenständen gefüllt, z.B. mit Äpfeln. Die Anzahl Gegenstände wird gezählt und in einer zweckmässigen Notation festgehalten, als Strichliste, als Würfelbilder oder in Form von Zahlen. Nun wird der Rucksack erneut mit einem anderen gleichen Gegenstand gefüllt. Es wird ebenfalls gezählt, notiert und dann verglichen.

Eine fruchtbare Verbindung zwischen Arithmetik und Sachrechnen nutzt Zahl und Gewicht, fordert Kinder mit geschickten Impulsen heraus, zu vermuten, zu überprüfen und zu vergleichen, ob eine grössere Anzahl von Gegenständen auch automatisch zu einem schwereren Rucksack führt.

Geometrische Aspekte einzubeziehen kann bedeuten, dass überlegt wird, ob ein zusammengeknülltes T-Shirt gleich viel Platz im Rucksack braucht wie ein sorgfältig zusammengefaltetes oder ob die Form eines Gegenstandes einen Einfluss auf den im Rucksack benötigten Platz hat, mit der Frage: Soll ich noch eine Banane einpacken oder lieber einen Apfel? Eine «Faltanleitung» für das platzsparende Zusammenlegen des T-Shirts kann das Ganze abrunden.

Gefühltes oder wahres Gewicht

Das Thema Gewicht ist an sich nicht ganz einfach, zumal Konzepte wie Dichte und Masse auch Erwachsenen Schwierigkeiten bereiten, sind doch nach wie vor viele Menschen davon überzeugt, dass ein Kilogramm Blei schneller zur Erde fällt als ein Kilogramm Federn, auch wenn seit Galileo Galilei längst begründet ist, weshalb dem nicht so ist.

Es sind die kontra-intuitiven Konzepte, welche hier für Schwierigkeiten im Verstehen verantwortlich sind: Das, was wir intuitiv annehmen und von dem wir glauben, es wäre wahr, entpuppt sich beim näheren Hinsehen und Experimentieren als falsch.

In der wissenschaftlichen Literatur spricht man in diesem Zusammenhang oft auch von der naiven oder der intuitiven Physik. Gerade weil beim Thema Masse/Dichte intuitive Vorstellungen mit den tatsächlichen Phänomenen oft nicht übereinstimmen, ist es so wichtig, zu experimentieren, handelnd herauszufinden, dass die eigene Vermutung beim Experimentieren nicht zutrifft, dass eben ein grösserer Rucksack nicht zwingend schwerer ist als ein kleinerer. Diese Erfahrung im Experiment, das Vergleichen zwischen dem Ergebnis des Experimentes und der eigenen Annahme ist letztlich das, was wissenschaftliches Arbeiten ausmacht. Für Kinder bedeutet dies, eine Warum-Frage zu stellen, ins Nachdenken und Erkunden zu kommen und substantielle Entdeckungen darüber zu machen, wie sich unsere Welt verhält.

Esther Brunner, lic. phil., Dozentin für Mathematikdidaktik, Pädagogik und Sonderpädagogik an der Pädagogischen Hochschule TG in Kreuzlingen.

Literatur

Usha Goswami: So denken Kinder. Einführung in die Psychologie der kognitiven Entwicklung. Bern, Hans Huber Verlag, 2001

Alles mit Mass? Frauenfeld, Historisches Museum Kanton Thurgau, 2003

Bernhard Keller et al.: Kinder begegnen Mathematik. Erfahrungen sammeln, Zürich, Lehrmittelverlag des Kt. Zürich, 2007

Bernhard Keller et al.: Kinder begegnen Mathematik. Zusammenhänge erkennen, Zürich, Lehrmittelverlag des Kt. Zürich, 2007

Bernhard Keller et al.: Kinder begegnen Mathematik. Kindergarten, Zürich, Lehrmittelverlag des Kt. Zürich, 2008

Erich Ch. Wittmann, Gerhard N. Müller: Das kleine Zahlenbuch. Band 1 & 2. Spielschachtel. Seelze, Kallmeyer Verlag, 2004

Erich Ch. Wittmann, Gerhard N. Müller: Das Zahlenbuch. Spiele zur Frühförderung 2. Stuttgart, Klett Verlag, 2009 (Schweizer Ausgabe in Vorbereitung)