

In heterogenen Lerngruppen braucht es reichhaltige Angebote, um das aktive, forschende Lernen des Kindes zu unterstützen. Übungsbeispiele und praktische Tipps für den Schulalltag.

Matthias Begemann, Esther Brunner

Denkprozesse anregen und vertiefen

Es ist eine Tatsache, dass rund 20 Prozent aller Kinder, die in die Schule eintreten, mindestens einen Teil der Lerninhalte des 1. Schuljahres in Mathematik bereits beherrschen. Sie brauchen keine aufwändigen Auseinandersetzungen mit Vergleichen von Mengen oder mit dem Erarbeiten der ersten Zahlen, wie das die traditionelle Didaktik vorsieht.

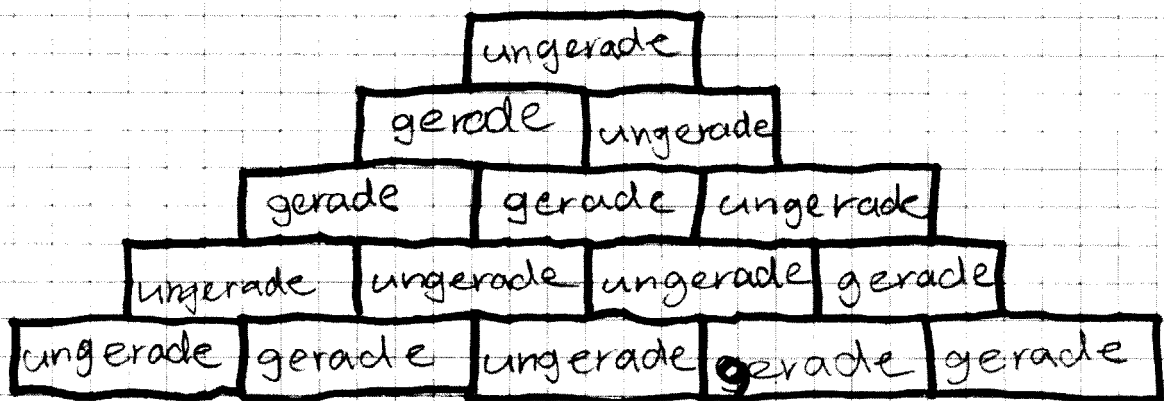
Zu diesen 20 Prozent der Kinder gehören auch die so genannt früh rechnenden Kinder. Sie haben sich im Kindergartenalter das notwendige Grundwissen angeeignet, haben ältere Geschwister konzentriert beim Hausaufgaben lösen beobachtet oder sich sonst mit Zahlen, Zahlbeziehungen oder mit dem Rechnen beschäftigt. Diese Kinder müssen deswegen nicht zwingend über hohe intellektuelle Fähigkeiten verfügen, trotzdem sind Anpassungen im Unterricht notwendig. Sie brauchen Lernumgebungen, die auch für sie lohnenswert, weil herausfordernd sind. Sie brauchen Aufgabenstellungen, in denen sie

ihr Vorwissen einbringen und es mit Neuem verknüpfen können.

Eigene Wege und Lösungen finden

Eine Antwort auf die Heterogenität in unseren Schulklassen heisst: Aktiv entdeckendes, forschendes Lernen. Unterrichtskonzepte, denen ein konstruktivistisches Lernverständnis zugrunde liegt, sind nach unserer Erfahrung nicht nur für besonders Begabte ideal, sondern erweisen sich als begabungsfördernd für alle Lernenden.

Zahlenmauern, als Beispiel für so genannte Übungsformate, werden im Mathematiklehrmittel «Das Zahlenbuch» während der ganzen Primarschulzeit eingesetzt. Übungsformate beruhen auf einer bestimmten mathematischen Struktur, die bei minimalem äusseren Aufwand reichhaltige Differenzierungen ermöglichen. Übungsformate können als Anlass zum Entdecken



$$\begin{aligned} \text{ungerade} + \text{ungerade} &= \text{gerade} \\ \text{gerade} + \text{gerade} &= \text{gerade} \\ \text{ungerade} + \text{gerade} &= \text{ungerade} \end{aligned}$$

von Zusammenhängen und zur Entwicklung von Strategien zum geschickten Rechnen genutzt werden.

Mit vor Eifer geröteten Wangen sitzt Lea, eine Achtjährige, an ihrem Platz. Sie hat eben herausgefunden, dass sich beim Bau von Zahlenmauern mit gleichen Grundsteinen die Zahlen mit dem Stufenanstieg jeweils verdoppeln.

Claudia, eine Zehnjährige, mag Rechnen nicht besonders. Dafür hat sie schnell gemerkt, dass Zahlenmauern auf einer abstrakteren Ebene sehr interessant sein können. Sie findet es spannend und herausfordernd zugleich, darüber nachzudenken, was man über den obersten Stein sagen kann, wenn man in der untersten Reihe ausschliesslich mit ungeraden Zahlen arbeitet. Sie überprüft systematisch, wie es sich auf den obersten Stein auswirkt, wenn ein Stein der untersten Reihe ungerade ist, wenn zwei Steine ungerade sind usw.

Als sie verschiedene Möglichkeiten ausprobiert und ihre Beobachtungen festgehalten hat, macht sie sich auf die Suche nach möglichen Begründungen.

Merkmale einer offenen Auftragsreihe

Alle Kinder – auch bei unterschiedlichem Alter und unterschiedlicher Leistungsfähigkeit – arbeiten möglichst an einer identischen, offenen Auftragsreihe. In den Aufträgen ist nicht eine einzige richtige Lösung oder die beste Vorgehensweise gefragt, interessant ist im Gegenteil gerade die Verschiedenheit möglicher Antworten und vor allem auch eine Vielzahl von weiterführenden Fragen.

Damit sich eine Auftragsreihe als Basis für forschendes Lernen eignet, sollte sie folgende Merkmale erfüllen:

Halbneu: Die Aufträge beinhalten Neues, sind keine reine Repetitionsübung. Die Fragestellungen sind interessant und anregend.

Selbstständige Bearbeitung möglich: Die Auftragsreihe ist einladend für alle Kinder, sie hat eine niedrige «Einstiegsschwelle». Die notwendigen Grundlageninformationen sind vorhanden. Die Lehrperson führt in die Aufgabenstellungen ein und unterstützt bei Bedarf.

Reichhaltig und offen: Die Aufträge sind ergiebig und ermöglichen Vertiefungen. Die Aufgabenstellungen sind offen, sie lassen den Kindern Entscheidungsmöglichkeiten. Es sind unterschiedliche Bearbeitungswege auf unterschiedlichem Niveau möglich.

Strukturiert: Der Lerninhalt wird in Etappen bearbeitet. Die einzelnen Aufträge sind für Kinder und die Lehrperson übersichtlich. Die Auftragsreihe ermöglicht Flexibilität bezüglich Tempo, Varianten, Erweiterungen.

Die Lehrerin als Lernberaterin

Die Kinder arbeiten zunächst selbstständig an einem Auftrag. Einige sind ganz vertieft, bauen z.B. hohe Zahlenmauern und rechnen intensiv. Sie benötigen im Augenblick keine Hilfestellung. Die Lehrerin hat Zeit, einzelne Kinder zu beraten, die allein nicht weiterkommen oder nicht recht wissen, welchen Fragestellungen sie nachgehen könnten.

Sie lässt sich von originellen Ideen überraschen, unterstützt Kinder in ihren Denkprozessen und hilft, wenn nötig, mit einem

$$20.000.000 - 19.000.000 = 1000000$$

Ich habe ein drück. er ges so ich chand! nur weg nehmen
Dan stuz: Bubi9

$$30.000000 - 29000000 = 1000000$$

$$50.000000 - 49000000 = 1000000$$

$$70.000000 - 69000000 = 1000000$$

$$91.000000 - 90.000000 = 1000000$$

$$49.000000 - 48.000000 = 1000000$$

$$66.000000 - 65.000000 = 1000000$$

↑ Woher hast du das mit den Punkten?
Ich habe das vom Monopog. Ana! Lässig!

Im Forschungsheft sind die privaten Spuren des Lernens dokumentiert.

Tipp die Lernmotivation zu erhalten. Entscheidend ist, dass möglichst vieles in schriftlicher Form abläuft. Die Kinder bearbeiten den Auftrag in ihrem Forschungsheft und halten darin alles fest, was sie sich überlegen. Auch Fehler und Irrwege bleiben sichtbar. Sie sind entscheidend, um den individuellen Denkprozess nachvollziehen zu können. Die Forschungshefte sind also nicht als Reinhefte zu verstehen. Sie sind vielmehr Dokumente privater Spuren des Lernens. Oft findet man in den Heften auch Eigenheiten oder Fehler in der Darstellung. Solange ein Kind aber mit einem Sachproblem kämpft und sich der Herausforderung der mathematischen Frage stellt, dürfen sprachliche Normen und Vorschriften der Textgestaltung in den Hintergrund treten.

Dialogisches und interaktives Lernen

In den Heften tauchen immer wieder Anregungen der Lehrerin auf, die bei Bedarf in die private Auseinandersetzung mit dem Stoff eingreift und Impulse gibt, um ein Kind in seiner individuellen Denkweise zu fördern und herauszufordern.

Wenn die Hefte mit einem Partner oder einer Partnerin ausgetauscht werden, etwa um einander Aufgaben zu stellen oder um besondere Entdeckungen nachzuvollziehen, geben sich die Kinder auch gegenseitig schriftliche Rückmeldungen.

Alle Kinder sollten immer wieder Gelegenheit haben, ihre Arbeit der Klasse präsentieren zu können und dafür ein Feedback zu bekommen. Damit setzt das interaktive und soziale Lernen ein, das die individuelle Arbeit ergänzt. In der Regel zeigen Kinder gern, womit sie sich beschäftigt haben. Sie sind daran interessiert zu erfahren, was die anderen Kinder mit dem gleichen Auftrag angefangen haben, was sie herausgefunden haben und wie sie dies begründen. Da es beim forschenden Lernen die Erwartung einer einzig richtigen Lösung nicht gibt, braucht man sich weder vor einer «falschen» Antwort, noch vor einer «falschen» Vorgehensweise zu fürchten. Es wird vielmehr danach gefragt, ob man eine eigenständige Bearbeitung gefunden hat. Aus der Vielfalt der Wege und deren Präsentation entstehen natürliche gegenseitige Anregungen.



Fabienne malt eine violette Million mit rosa Sternen.

Auftragsreihe «Zahlenforschen»

1. Erforsche eine Zahl. Male, klebe sie.
2. Überlege dir Dinge, die zu deiner Zahl passen. Male oder zeichne sie und berichte darüber.
3. Bestimmt hat deine Zahl Freunde oder Freundinnen. Das sind Zahlen, die deine Zahl besonders gut mag. Male, zeichne, schreibe.
4. Vielleicht gibt es Zahlen, die überhaupt nicht zu deiner Zahl passen. Male, zeichne, schreibe.
5. Schreibe Zahlen auf, die kleiner sind als deine Zahl.
6. Schreibe Zahlen auf, die grösser sind als deine Zahl.
7. Kennst du Rechnungen, die zu deiner Zahl gehören? Schreibe sie auf.
8. Erzähle mir eine Geschichte, die zu deiner Zahl passt. Male, zeichne, schreibe.
9. Überlege dir, welches deine Lieblingszahl ist. Schreibe sie auf und male ein Bild dazu. Warum gefällt dir diese Zahl

besonders gut? Schau in der Schule und zu Hause nach, wo du deine Zahl überall finden kannst. Berichte davon und schreibe es auf.

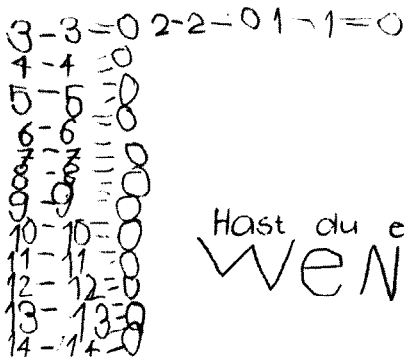
Fabienne, eine Erstklässlerin, stürzt sich augenblicklich auf die spannende Million. Sie zeichnet sie auf und überlegt sich, wie diese Million wohl eingefärbt sein könnte. Ihre Million erweist sich als violett mit rosa Sternen.

Im nächsten Schritt überlegt sie sich Zahlen, die zu ihrer Zahl, der Million, passen. Erstaunlich, wie sie dabei vorgeht und ihre Überlegungen auch begründet.

In der Zwischenzeit hat sich Manuel, ihr Freund, systematisch mit der Zahl 8 beschäftigt. Er hat sie deswegen gern, weil er bald 8 Jahre alt ist und an seinem nächsten Geburtstag auf seinem Kuchen so viele Kerzen ausgeblasen werden. Dass seine 8 nur ganz bestimmte Zahlen mag, zeugt von einem hohen Gespür für Gesetzmässigkeiten.

$8 \heartsuit 16$ $8 \heartsuit 4$ $8 \heartsuit 24$ $8 \heartsuit 32$
 weil weil weil weil
 $8 + 8 = 16$ $8 + 8 + 8 + 8 = 32$
 $4 + 4 = 8$ $8 \heartsuit 64$ $8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 = 64$
 $8 + 8 + 8 = 24$ $8 \heartsuit 56$
 $8 \heartsuit 40$ $8 \heartsuit 48$ $8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 = 56$
 weil weil
 $8 + 8 + 8 + 8 + 8 = 40$ $8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 = 48$

Manuel findet heraus, welche Zahlen die 8 mag.



Hast du einen Trick? JA Schreib ihn auf!
WEN MAN WILL DAS ES 0

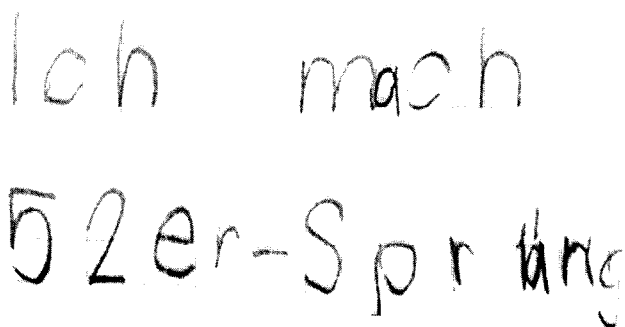
Charlotte findet die Null eine überaus spannende Zahl.

Charlotte, aus derselben Klasse, findet die Null eine überaus spannende Zahl und beschäftigt sich in der gleichen Zeit damit. Sie gibt ihrer Null ein geheimnisvolles Aussehen, färbt sie hellgrün ein und verziert sie mit leuchtend orangen Dreiecken. Rechnungen aufzuschreiben, die Null ergeben, stellt für Charlotte kein Problem dar.

Auftragsreihe «Sprüngeforschen»

1. Du bist ein Tier, das besonders gut springen kann. Berichte, male, schreibe.
2. Denk dir eine Sprunglänge aus. Wo auf dem Zahlenstrahl startest du? Mach deine Sprünge. Schreibe auf, welche Zahlen du auf dem Zahlenstrahl berührst.
3. Versuche, zu deinen Sprüngen Rechnungen aufzuschreiben.
4. Du kannst natürlich auch in die andere Richtung springen. Mach auch diese Sprünge. Berichte und schreibe auf, welche Zahlen du nun berührst.
5. Versuche dazu Rechnungen aufzuschreiben.
6. Erzähle und schreibe auf, wie du dich als dieses Tier gefühlt hast. Berichte von deinen Erlebnissen und Entdeckungen. Verwandle dich dann in ein anderes Tier.

Pascal, ein Erstklässler, verwandelt sich in einen Tiger, in Schir Khan. Er macht riesige Sprünge, weil er hungrig ist und entsprechend weit springen muss, um die Antilope erwischen zu können. Er überlegt sich genau, welche Zahlen er auf dem Doppelmeter berührt und notiert seine Sprünge anschliessend als Rechnung.



Pascal verwandelt sich in einen Tiger und macht 52er-Sprünge.

Auftragsreihe «Zahlenfolgen erfinden»

1. Dies ist eine Zahlenfolge: 2, 7, 12, 17, 22, 27... Erkennst du das Rezept? Schreibe es auf. Verlängere die Folge um einige Zahlen.
2. Erfinde ein eigenes Rezept und schreibe es auf. Wähle eine Anfangszahl und notiere sie. Schreibe mit deinem Rezept die nächsten Zahlen deiner Zahlenfolge auf.
3. Erfinde eine neue Zahlenfolge mit einem neuen Rezept. Schreibe auch dieses Rezept auf.
4. Überlege dir ein Rezept für eine sehr schwierige Zahlenfolge, bei der es allen anderen schwer fällt, das Rezept zu knacken. Notiere das Rezept und zeige es niemandem. Arbeite genau nach deinem Rezept und schreibe deine Zahlenfolge auf.
5. Zeige deine Folge einem Partner oder einer Partnerin. Kann er oder sie dein Rezept lösen?

Esther Brunner ist Leiterin des Projekts «Fördertag für hochbegabte Kinder» im Kanton Thurgau und Mathematikdidaktikerin am Seminar Kreuzlingen.

Matthias Begemann, Mathematiker und Mathematikdidaktiker, ist Prorektor an der Pädagogischen Hochschule Thurgau.

Literatur

Brunner, Esther (2001): *Forschendes Lernen. Eine begabungsfördernde Unterrichtskonzeption.* Frauenfeld, Lehrmittelverlag des Kantons Thurgau
 Gallin, Peter / Ruf, Urs (1995): *Ich – du – wir. Sprache und Mathematik 1.–3. Schuljahr.* Zürich, Lehrmittelverlag des Kantons Zürich
 Wittmann, E. / Müller, G. (1990): *Handbuch produktiver Rechenübungen. Band 1,* Stuttgart, Klett
 Wittmann, Erich Ch. et al. (1995–1998): *Das Zahlenbuch. Mathematik im 1.–4. Schuljahr.* Zug, Klett und Balmer

Internet

www.begabungsfoerderung-tg.ch